家二寒假作業　第三冊 數學

例 1:(一元二次不等式)解一元二次不等式

(1) $x^2-2x-15>0$。

解:$(x+3)(x-5)=0$的解為 $x=-3$、5

$(x+3)(x-5)<0$的解為 $x=-3$、5之間

$(x+3)(x-5)>0$的解為 $x=-3$、5之外

本題可化為$(x+3)(x-5)>0$

$\therefore x>5$或$x<-3$

(2)解一元二次不等式 $2x^2-x-6<0$。

本題可化為$(2x-3)(x+2)<0$

其解為$x=-2$、$\frac{3}{2}$之間　　$\therefore\ -2<x<\frac{3}{2}$

(3)解一元二次不等式 $-x^2+4x-3<0$。

先$\times -1$，化為$x^2-4x+3>0$

再分解為$(x-1)(x-3)>0$

解為 $x=1$、3之外　$\therefore x>3$或$x<1$

Ex1.(1)解一元二次不等式 $x^2-2x-3\geq 0$。

答:$x\leq -1$ 或 $x\geq 3$

(2)解一元二次不等式 $3x^2-4x+1\leq 0$。

答:$\frac{1}{3}\leq x\leq 1$

(3)解一元二次不等式 $-x^2-4x+5>0$。

答:$-5<x<1$

Ex2.(1)解一元二次不等式 $x^2-3x-10>0$。

答:$x<-2$ 或 $x>5$

(2)解一元二次不等式 $2x^2+x-3<0$。

答:$-\frac{3}{2}<x<1$

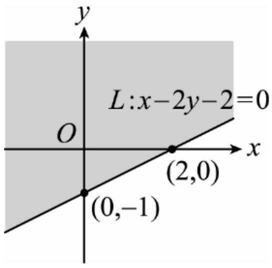
(3)解一元二次不等式 $-x^2+2x+3<0$。

答:$x<-1$ 或 $x>3$

例 2:(1)圖示不等式 $x-2y-2\leq 0$ 的解。

解:作直線 L：$x-2y-2=0$

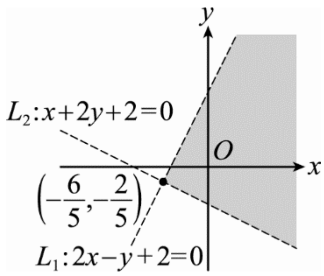
因為此不等式包含直線 L,所以直線 L 以實線畫出　則不等式 $x-2y-2\leq 0$ 的圖形為直線 L 及直線 L 的左側半平面　　如圖所示**:**



(2)圖示聯立不等式$\begin{cases}2x-y+2>0\\x+2y+2>0\end{cases}$的解。

求出兩個圖解之共同部分　即為聯立不等式

$\begin{cases}2x-y+2>0\\x+2y+2>0\end{cases}$的圖解，如圖所示



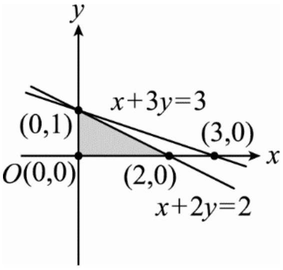
Ex1.圖示二元一次不等式 $3x-y-6\leq 0$ 的解。

Ex2.圖示聯立不等式$\begin{cases}x-2y-2\leq 0\\2x+y-1>0\end{cases}$的解。

例 2:在滿足聯立不等式$\begin{cases} x+2y\le 2 \\ x+3y\le 3 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$的條件下，求

$f(x,y)=x-y$ 的最大值。

解:求出斜線區域的頂點座標(有三個)，用這三個點帶入 $f(x,y)=x-y$ 來求最大或最小值



當 $f(0,0)=0$，$f(2,0)=2$，$f(0,1)=-1$

故當 $x=2$，$y=0$ 時，目標函數 $f(x,y)=x-y$ 有最大值 2

Ex1.在滿足聯立不等式$\begin{cases} x-y\le 1 \\ x+2y\le 4 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$的條件下，求

$f(x,y)=2x+y$ 的最大值。 答:5

Ex2.在滿足聯立不等式$\begin{cases} 2x-3y\le 0 \\ x+y\ge 5 \\ x\ge 0 \end{cases}$ 的條件下，求

$f(x,y)=3x+2y$ 的最小值。 答:10

例 3:(指數律)

(1) $2^3\times 2^4=$ ____， $2^3\div 2^4=$ ____。

(2)$(2\times 3)^4=$ ____， $(\frac{2}{3})^4=$ ____。

(3)$(2^3)^4=$ _____。

(4) $2^{-1}=$ _____，$2^{-3}=$ _____。

(5)$3^{\frac{1}{2}}=$ _____， $2^{\frac{4}{3}}=$ ______。

(6)$2^a>2^b\Leftrightarrow$ ________ 。

$(\frac{1}{2})^a>(\frac{1}{2})^b\Leftrightarrow$ ________ 。

例 4:(對數律) $\log_a b$有意義 $\Leftrightarrow$ ___________

(1)$2^3=8$ <=> $\log_2 8=$ ______。

(2)$2^{\log_2 3}=$ _______，$\log_2 2^3=$ _______。

(3)$\log_{10}2+\log_{10}3=$ _________，

$\log_{10}2-\log_{10}3=$ _________。

(4) $\log_{2^a}3^b=$ __________。

(5)(換底公式) $\log_2 3=$ 。

(6)$\log_2 a>\log_2 b\Leftrightarrow$ ________，

$\log_{\frac{1}{2}}a>\log_{\frac{1}{2}}b\Leftrightarrow$ ________。

例 5:(對數律應用)設 $a=\log 2$，$b=\log 3$，以 a、b 表示 (1)log12 (2)log30。

解:(1)$\log 12=\log(2^2\times 3)=2\log 2+\log 3=2a+b$

(2)$\log 30=\log(10\times 3)=\log 10+\log 3=1+b$

Ex1.設 $a=\log 2$，$b=\log 3$，以 a、b 表示

(1) log6 (2)log5。 答:(1)$a+b$;(2)$1-a$

Ex2.設 $a=\log 2$，$b=\log 3$，以 a、b 表示(1)$\log\frac{9}{2}$

(2)log25。　答:(1)$2b-a$;(2)$2-2a$

例 6:(對數律應用)已知 $\log 2=0.3010$，求 2^{50}是幾位數？

解:因為 $\log 2^{50}=50\log 2=50\times 0.3010=15.05$

得 $\log 2^{50}$的首數為 15，　所以 2^{50}是 16 位數

Ex1.已知 $\log 2=0.3010$，求 2^{30}是幾位數？答:10

Ex2.已知 $\log 3=0.4771$，求 3^{20}是幾位數？答:10