家三暑假作業 第三冊 數學

**例1:( 一元二次不等式)**解一元二次不等式

  **(1)** *x*2 − 2*x* − 15 > 0。

**解:**$\left(x+3\right)\left(x-5\right)=0$**的解為** $x=-3、5$

$\left(x+3\right)\left(x-5\right)<0$**的解為** $x=-3、5$**之間【基礎練習（仿課本例題）】**

$\left(x+3\right)\left(x-5\right)>0$**的解為** $x=-3、5$**之外**

 本題可化為$\left(x+3\right)\left(x-5\right)>0$

 $∴x>5$或$x<-3$

**(2)**解一元二次不等式2*x*2 − *x* − 6 < 0。

 本題可化為$(2x-3)(x+2)<0$

其解為$x=-2、\frac{3}{2}$之間 $∴ -2<x<\frac{3}{2}$

**【基礎練習（仿課本例題）】**

**(3)**解一元二次不等式 − *x*2 + 4*x* − 3 < 0。

先$×-1$，化為$x^{2}-4x+3>0$

再分解為$(x-1)(x-3)>0$

解為 $x=1、3$之外 $∴x>3$或$x<1$

**Ex1.**(1)解一元二次不等式*x*2 − 2*x* − 3 ≥ 0。

答:*x ≤ − 1或x ≥ 3【課本練習題-隨堂練習】*

(2)解一元二次不等式3*x*2 − 4*x* + 1 ≤ 0。

答:*【課本練習題-隨堂練習】*

(3)解一元二次不等式 − *x*2 − 4*x* + 5 > 0。

答:− 5 < *x* < 1【課本練習題-隨堂練習】

【基礎練習（仿課本例題）】

**Ex2.**(1)解一元二次不等式*x*2 − 3*x* − 10 > 0。

答*:x* < − 2或*x* > 5【課本練習題-例題】

 (2)解一元二次不等式2*x*2 + *x* − 3 < 0。

 答:【課本練習題-例題】

(3)解一元二次不等式 − *x*2 + 2*x* + 3 < 0。

答:*x* < − 1或*x* > 3【課本練習題-例題】

**例2:(1)**圖示不等式*x* − 2*y* − 2 ≤ 0的解。

解:作直線*L*：*x* − 2*y* − 2 = 0
因為此不等式包含直線*L*，所以直線*L*以實線畫出 則不等式*x* − 2*y* − 2 ≤ 0的圖形為直線*L*及直線*L*的左側半平面 如圖所示**:**


(2)圖示聯立不等式的解。

求出兩個圖解之共同部分 即為聯立不等式的圖解，如圖所示
　

**Ex1.**圖示二元一次不等式3*x* − *y* − 6 ≤ 0的解。

【課本練習題-例題】

**Ex2.**圖示聯立不等式的解。

【課本練習題-隨堂練習】

**例2:**在滿足聯立不等式的條件下，求*f* (*x*,*y*) = *x* − *y*的最大值。

**解:求出斜線區域的頂點座標(有三個)，用這三個點帶入*f (x,y) = x − y*來求最大或最小值**
當*f* (0,0) = 0，*f* (2,0) = 2，*f* (0,1) = − 1
故當*x* = 2，*y* = 0時，目標函數*f* (*x*,*y*) = *x* − *y*有最大值2

**Ex1.**在滿足聯立不等式的條件下，求*f* (*x*,*y*) = 2*x* + *y*的最大值。 答:5

【課本練習題-隨堂練習】

**Ex2.**在滿足聯立不等式的條件下，求*f* (*x*,*y*) = 3*x* + 2*y*的最小值。 答:10

【課本練習題-隨堂練習】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例3:(圓方程式)**

**(1)**求以( − 1,3)為圓心，半徑為2的圓方程式。

**【基礎練習（仿課本例題）】**

**(2)**求圓*C*：(*x* + 3)2 + (*y* − 5)2 = 8的圓心與半徑。

**【基礎練習（仿課本例題）】**

**(3)**求以(2, − 3)為圓心且通過( − 1,1)的圓方程式。

**解:圓的標準式**$(x-x\_{0})^{2}+(y-y\_{0})^{2}=r^{2}$**，**

**(1)**圓之方程式為(*x* + 1)2 + (*y* − 3)2 = 4

**(2)**由圓的標準式得知$r^{2}=8$，圓心為( − 3,5)

，半徑為

**(3)**因為所求的圓通過( − 1,1)
所以半徑為(2, − 3)到( − 1,1)的距離
即
利用圓的標準式可知
所求的圓方程式為(*x* − 2)2 + (*y* + 3)2 = 25

**Ex1.(1)**求以(2, − 1)為圓心，半徑為3的圓方程式。 答:(1)(*x* − 2)2 + (*y* + 1)2 = 9

**【課本練習題-例題】**

**(2)**求圓*C*：(*x* − 5)2 + (*y* − 2)2 = 16的圓心與半徑。 答:(2)圓心為(5,2)，半徑為4 (3)(*x* − 3)2 + (*y* + 2)2 = 13

**【課本練習題-例題】**

**(3)**求以(3, − 2)為圓心且通過原點的圓方程式。

【課本練習題-例題】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例4:(圓一般式化為標準式)**

**(1)**求圓*C*：*x*2 + *y*2 − 2*x* + 4*y* − 6 = 0的圓心與半徑。

**(2)**【基礎練習（仿課本例題）】

求圓2*x*2 + 2*y*2 + 2*x* − 4*y* + 2 = 0的圓心與半徑。

**解:(1)**利用配方法，將*x*2 + *y*2 − 2*x* + 4*y* − 6 = 0配方，得(*x*2 − 2*x*) + (*y*2 + 4*y*) = 6
　整理得(*x*2 − 2*x* + 1) + (*y*2 + 4*y* + 4) = 6 + 1 + 4
　即(*x* − 1)2 + (*y* + 2)2 = 11
　故圓*C*的圓心坐標為(1, − 2)，半徑為
**(2)**將2*x*2 + 2*y*2 + 8*x* − 4*y* + 2 = 0兩邊同除以2
 得*x*2 + *y*2 + 4*x* − 2*y* + 1 = 0，以下同(1)題
**Ex1.(1)**求圓*C*：*x*2 + *y*2 + 4*x* − 6*y* − 12 = 0的圓心

與半徑。 答:圓心為( − 2,3)，半徑為5

 **【課本練習題-例題】**

**(2)**求圓2*x*2 + 2*y*2 − 8*x* − 12*y* + 11 = 0的圓心

 與半徑。 答:圓心為(2,3)，半徑為

**例5:(圓與直線的關係)**

討論圓*C*：$(x-2)^{2}+(y+3)^{2}=4$與下列各直

線的關係：
(1)*L*1：2*x* − *y* = 0　(2)*L*2：4*x* − 3*y* − 8 = 0

 (3)*L*3：3*x* + 4*y* − 4 = 0。

**解:** $d=$**圓心到直線距離，若**$d<r$**為交於兩點(相割)**

$d=r$**為焦於一點(相切)，**$d>r$**為無交點(相離)**

圓心坐標$(2,-3)$，半徑r為2
(1)因為
　所以*L*1：2*x* − *y* = 0與圓*C*相離
(2)因為
　所以*L*2：4*x* − 3*y* − 8 = 0與圓*C*相割
(3)因為
　所以*L*3：3*x* + 4*y* − 4 = 0與圓*C*相切

**Ex1.**討論圓*C*：(*x* + 2)2 + (*y* − 3)2 = 16與下列各直線的關係： 答:(1)相割;(2)相切;(3)相離
(1)*L*1：3*x* + 4*y* − 1 = 0 (2)*L*2：3*x* − 4*y* − 2 = 0 (3)*L*3：4*x* − 3*y* − 13 = 0。

【課本練習題-隨堂練習】

**例6:(過圓上一點求切線)**

求過點*P*(2,3)且與圓*C*：*x*2 + *y*2 = 13相切的直線方程式。

**解:** $x^{2}+y^{2}=r^{2}\rightarrow x\_{0}x+y\_{0}y=r$

過圓*C*：*x*2 + *y*2 = 13上一點*P*(2,3)的切線方程式為2 × *x* + 3 × *y* = 13
整理上式得切線為*L*：2*x* + 3*y* − 13 = 0

**Ex1.**求過點*P*(2,1)且與圓*C*：*x*2 + *y*2 = 5相切的直線方程式。 答:2*x* + *y* − 5 = 0

【基礎練習（仿課本例題）】

**例7:(求切線段長)**

求點*P*(1, − 2)到圓*C*：(*x* − 1)2 + (*y* − 1)2 = 4的切線段長。

解:.點*P*(1, − 2)到圓*C*：(*x* − 1)2 + (*y* − 1)2 = 4的切線段長為

**Ex1.**求點*P*( − 3,1)到圓*C*：(*x* + 2)2 + (*y* + 2)2 = 1的切線段長。 答:3

【基礎練習（仿課本例題）】

**例8:**逐項展開下列各級數：


**Ex1.**逐項展開下列各級數： 答:*.*(1)24;(2)42

(1)=

(2)=

【課本練習題-例題】

**例9:**設一等差數列的首項為 − 5，第4項為31，求此數列的公差。

 **解*:a4 = a1 + (4 − 1)d*** 得知31 = − 5 + 3*d*  整理得*d* = 12

【基礎練習（仿課本例題）】

**Ex1.**設一等差數列的首項為23，第6項為58，

求此數列的公差。 答:7

【課本練習題-例題】

**例10:**求在200到500之間，所有5的倍數之和。

**【基礎練習（仿課本例題）】**

**解:** $S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}×n$

在200到500之間，5的倍數依序列出有200，205，……，500
此數列首項為200，末項為500
共有61項的等差數列得所欲求之和為

**Ex1.**求在50到200之間，所有3的倍數之和。

答:6225【課本練習題-例題】

**例11:(**1)已知一等比數列的首項為− 2，公比為，求此數列的第4項。

【基礎練習（仿課本例題）】

(2)設一等比數列的第3項為 − 8，第5項為 − 32，求此數列的公比。

**解:(1)由公式**$a\_{4}=a\_{1}×r^{3}$得知
故此數列的第4項為

**(2)由公式**$a\_{5}=a\_{3}×r^{2}$得 $-32=-8×r^{2}$ ，$r^{2}=4$ 故得*r* = ± 2

**Ex1.(1)**一等比數列的首項為− 1，公比為3，求此數列的第5項。 答:− 81

**【課本練習題-例題】**

**(2)**設一等比數列的第2項為6，第4項為24，試求此數列的公比。 答:± 2

【課本練習題-例題】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例12:**一等比數列的首項為8，公比為，求前6項的和。

解:由公式
得

**Ex1.**已知一等比數列的首項為4，公比為3，試求前4項的和。 答:160

【課本練習題-隨堂練習】

【課本練習題-例題】

**例13:** **(1)**求− 6與12的等差中項。

 **(2)**求15與60的等比中項。

解:(1)− 6與12的等差中項為

(2)15與60的等比中項為


【課本練習題-例題】

**Ex1.(1)**求− 3與11的等差中項。 答:4

**(2)**求12與75的等比中項。 答:± 30

【基礎練習（仿課本例題）】

【課本練習題-例題】

第四冊 數學

**Ex1.**某福利社內，有4種牛奶，6種果汁，3種汽水的飲品，小華要**買一瓶飲品**，問共有多少種不同的選法？ 答:13種

【基礎練習（仿課本例題）】

**Ex2.**某百貨公司辦年中慶，服裝店提供上衣4種，長褲6種，領帶5種，**各選1種**，可以享優惠，問共有幾種選擇方式？ 答:120種

【基礎練習（仿課本例題）】

**Ex3.**將下圖*A*、*B*、*C*、*D*四個區域，用6種不同的顏色染料塗上色彩，相鄰區域用不同顏色，顏色可重複使用，且每區只塗上一種顏色，試問塗法有多少種？ 答:750種
【基礎練習（仿課本例題）】

**例1:**求180的正因數個數。

**解:**$2^{a}×3^{b}×5^{c}$**的正因數有**$(a+1)(b+1)(c+1)$**個**

 將180質因數分解得180 = 22 × 32 × 5
 由乘法原理知180的正因數

 共有3 × 3 × 2 = 18個

**Ex1.**求48的正因數個數。 答:10個

【課本練習題-例題】

**Ex2.**求120的正因數個數。 答:16個

【課本練習題-隨堂練習】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例2:**求下列各式之值：(1)　(2)。

**解:**(1)
(2)

**Ex1.**求下列各式之值：答:(1)210;(2)9900【課本練習題-例題】

(1)

(2)

【基礎練習（仿課本例題）】

**例3:**求下列各式之值：
(1)　(2)　(3)。

解:(1)
(2) (3)

**Ex1.**求下列各式之值： 答:(1)36;(2)20;(3)1
(1)

(2)　 (3)

【課本練習題-例題】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例4:(1)**將*X*、*Y*、*Z*、*U*、*W*、*M*、*N*七個字母全取作直線排列，問不同的排法有多少種？

**(2)**由甲、乙、丙、丁、戊、己、庚等七人中，任選四人作直線排列，問排法有多少種？

**解:**(1)

(2)種

**Ex1.(1)**將*A*、*B*、*C*、*D*、*E*五個字母全取作直線排列，問不同的排法有多少種？ 答:120種

**(2)**由甲、乙、丙、丁、戊、己等六人中，任選三人作直線排列，問排法有多少種？ 答:120種

【課本練習題-例題】

**例5:**從6個人中選出5個人圍圓桌而坐，問共有多少種不同的坐法？

**解:環狀排列數=**$\frac{直線排列數}{人數}$ 種

**Ex1.**從7個人中選出4個人圍圓桌而坐，問共有多少種不同的坐法？ 答:210種

**例6:**如圖所示，有直街5條、橫街4條，由*A*取捷徑走到*B*有多少種走法？


**解: *A*走到*B需*4次「右」及3次「上」**

 右右右右上上上 這7字的排列數為$\frac{7!}{4!3!}$

因此有$\frac{7!}{4!3!}=\frac{7×6×5×4×3×2×1}{(4×3×2×1)(3×2×1)}=35$種走法

**Ex1.**如圖所示，有直街3條、橫街5條，問由*A*取捷徑走到*B*有多少種走法？ 答:15種


**例7:**將「*pineapple*」中的字母全取作直線排列，問排法共有多少種？

**解:**排列方法數有種

**Ex1.**將banana六個字母全取作直線排列，問不同的排法有多少種？ 答:60種

【基礎練習（仿課本例題）】

【課本練習題-隨堂練習】

**例8:**容一甲有20位學生，欲從中選3位當幹部，問(1)任意選
(2)推舉的3位中必含班長
(3)推舉的3位中必不含班長
(4)推舉的3位中必含班長、不含副班長，各有多少種選法？

**解:**(1)即從20位中任選3位的組合數有種
(2)推舉的3位中必含班長，即從19位中任

選2位的組合數有
　種
(3)推舉的3位中必不含班長，即從19位中任

選3位的組合數有
　種
(4)推舉的3位中必含班長不含副班長
　即從18位中任選2位的組合數有
　種

**Ex1.**由*a*、*b*、*c*、*d*、*e*、*f* 六本書中任選四本，試問 答:(1)15種;(2)6種;(3)1種;(4)4種
(1)任意選
(2)四本書中必含*a*、*b*兩本
(3)四本書中必不含*a*、*b*兩本
(4)四本書中必含*a*但不含*b*，各有多少種選法？

【課本練習題-隨堂練習】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例9:**投擲一顆公正的骰子，即各點出現的機會均等，求出現大於4的機率。

【基礎練習（仿課本例題）】

**解:** $S=$**做一件試驗的所有情況之集合**

$=\left\{1,2,3,4,5,6\right\}$

$n\left(S\right)=$**做一件試驗的所有情況之總次數**=6

 **令**$A=$**出現大於4的事件**$=\left\{5,6\right\}$

$n\left(A\right)=$**在集合A中所有情況之次數**$=2$

 $P\left(A\right)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2}{6}$

**Ex1.**投擲一顆公正骰子兩次，即各點出現的機會均等，求出現點數和為8的機率。 答:

**例10:**袋中有黑球6個，白球4個，自袋中任取兩球，若每球被取出的機會均等，求取出二黑球的機率。

**解:** $n\left(S\right)=$**做一件試驗的所有情況之總次數**

$=$**從十球中任取兩球**=$C\_{2}^{10}=\frac{10×9}{2×1}=45$

 **令**$A=$**取出二黑球的事件**

$n\left(A\right)=$**集合A中之次數**$=C\_{2}^{6}=15$

 $P\left(A\right)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$

**Ex1.**袋中有紅球5個，白球3個，自袋中任取兩球，若每球被取出的機會均等，求**兩球同色**的機率。 答:

**例11:**【基礎練習（仿課本例題）】

投擲一顆公正的骰子，若出現1、3、5點可得10元，出現2、4、6點可得20元，求擲一次所獲得金額之期望值。

**解:期望值E=(得10元)**$×$**(機率)+( 得20元)**$ ×$**(機率)**

出現1，3，5點　⇒　機率為
出現2，4，6點　⇒　機率為
（元）

**Ex1.**投擲一顆公正的骰子，若出現1、2、3點可獲得1元，出現4、5點可獲得2元，出現6點可獲得3元，試求擲一次所獲得分數之期望值。 答:元

【課本練習題-隨堂練習】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例12:**有五個選項的單選題，每題答對給5分，答錯則倒扣2分，試問此計分方式是否公平？

解:答對機率，答錯機率

∴　不公平（期望值要等於0才公平）

**Ex1.**有五個選項的單選題，每題答對給8分，問答錯應倒扣幾分才公平。 答:2分

【課本練習題-例題】

【基礎練習（仿課本例題）】

**Ex2.**發行每張100元的彩券1,000張，其中1張獎金50,000元，有4張獎金各10,000元，有5張獎金各1,000元，問購買此彩券是否有利？

 答:不利

【課本練習題-隨堂練習】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例13:(算術平均數)**

6位學生的身高如下：
175、168、155、172、180、170
求其平均身高。

【基礎練習（仿課本例題）】

**Ex1.**五位學生的年齡如下： 答:16歲
15、15、16、17、17 求其年齡平均數。

**例14:(1)**七位學生的身高如下：
170、172、155、172、180、152、164
求其中位數。

**(2)**八位學生的身高如下：
164、152、183、170、172、180、172、155
求其中位數。

**【基礎練習（仿課本例題）】**

**解:(1)將其身高由小至大排列如下**152、155、164、170、172、172、180故中位數為第4項，即*Me* = 170（公分）

**(2)將其身高由小至大排列如下**152、155、164、170、172、172、180、183故中位數為第4項和第5項的算術平均數
即（公分）

**Ex1.(1)**某球隊有9個球員，其體重分別為75、68、64、85、79、66、81、83、77公斤，求這些球員的體重中位數。 答:77公斤

**(2)**某長青合唱團有10個團員，其年齡分別為55、63、64、75、73、61、58、72、71、68歲，求這些團員的年齡中位數。 答:66歲

**例15:**某地區10000位考生中，求成績第550名的考生之百分等級。

**解:**該生成績勝過的人數 = 10000 − 550 = 9450
得 故得百分等級為94

**Ex1.**全校1500位高二學生中，試求成績第50名的學生之百分等級。 答:96

【基礎練習（仿課本例題）】

**例16:**已知5筆成績資料如下：60、70、80、90、100，求標準差。

**解:** 先求平均=80， 將每一筆資料減去平均80

 可得$-20,-10, 0, 10, 20$，將這五個數值平方和$÷$5$=\left(400+100+0+100+400\right)÷5$

 $=200=$變異數，標準差$=\sqrt{變異數}=10\sqrt{2}$

**Ex1.**已知5筆數值資料如下：2、3、4、5、6，求標準差。 答:

【基礎練習（仿課本例題）】

【基礎練習（仿課本例題）】

**例17:**若某校1000位學生的數學段考成績平均分數是65分，標準差是5分，而且已知成績分布呈現常態分配。問
(1)全校約有多少人數學成績介於55分與75分之間？
(2)全校約有多少人數學成績低於60分？
(3)全校約有多少人數學成績高於75分？

**解: 65**$\pm 5=60\~70$**分 佔**$68\%$**人數**

$65\pm 5×2=55\~75$**分 佔**$95\%$**的人數**

$65\pm 5×3=50\~80$**分 佔**$99.7\%$**的人數**

$(1)$$95\%×1000=950 $**人**【課本練習題-例題】

$(2)$ **(1-68**$\%)÷2×1000=160 $**人**【課本練習題-例題】

$(3)$$(1-95\%)÷2×1000=25 $**人**【課本練習題-例題】

**Ex1.**若某校一年級男生有500人，其平均體重是60公斤，標準差是10公斤，且呈現常態分配。問
(1)此校一年級男生中約有多少人體重介於50公斤與70公斤之間？
(2)此校一年級男生中約有多少人體重低於50公斤？
(3)此校一年級男生中約有多少人體重高於70公斤？ 答:(1)340人;(2)80人;(3)80人

【基礎練習（仿課本例題）】