

工二暑假作業 第一冊

第一章

1. 試解下列不等式：(1)  $|2x-1| \leq 5$  (2)  $|3x+1| > 4$   
(3)  $|4-3x| > 0$  (4)  $|2x+1| \geq -3$

2. 設 $\triangle ABC$ 之三頂點的坐標為 $A(-4,1)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(2,9)$ , 若 $D, E, F$ 分別為 $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$ 邊上的中點, 求 $\triangle DEF$ 的周長。

3. 設 $x = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$ , 求(1)  $x^2+y^2$   
(2)  $x^3+y^3$  (3)  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$  之值。

4. 試解不等式  $x^2 - 4x + 4 > 0$ 。

5. 解不等式  $-2x^2 - 5x + 3 \leq 0$ 。

6. 試解不等式  $4 < (2x-1)^2 < 25$ 。  
(提示：所求之解必須同時滿足  $4 < (2x-1)^2$  及  $(2x-1)^2 < 25$ )

7. 設  $\alpha = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ ,  $\beta = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ , 求(1)  
 $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$  (2)  $\alpha^3 + \beta^3$  (3)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  之值。

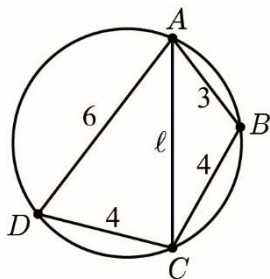
8. 已知 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標為 $A(2,-8)$ ,  $B(-6,-2)$ ,  $C(6,-5)$ , 試回答下列問題:  
(1)若 $\angle A$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 $D$ 點, 求 $D$ 點坐標。  
(2)若 $\angle A$ 的外角平分線交直線 $BC$ 於 $E$ 點, 求 $E$ 點坐標。

9. 解不等式  $|3x-6| \geq 5x+3$ 。

10. 已知 $\triangle ABC$ 的三頂點分別為 $A(-1,5)$ ,  $B(1,6)$ ,  $C(3,2)$ , 試求(1) $\triangle ABC$ 的周長 (2) $\triangle ABC$ 的面積。

## 第二章

1. 如下圖，已知圓內接四邊形的各邊長，試求



(1) 對角線  $\overline{AC}$  (2) 此圓半徑 (3)  $ABCD$  的面積。

2. 一扇形的周長度量為其面積度量的兩倍，若此扇形的圓心角為 2 弧度，求此扇形的半徑。

3. 設一圓半徑為 4 公分，求中心角為  $210^\circ$  所對扇形的弧長與其面積。

4. 若  $\cos\theta = \frac{1}{3}$  且  $\tan\theta < 0$ ，則(1)  $\theta$  為第幾象限角？(2)  $\sin\theta = ?$

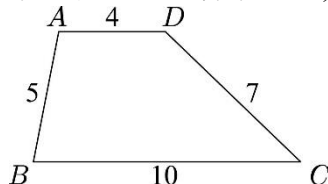
5. 設  $\angle A$  為銳角，若  $5\sin^2 A + 7\sin A - 6 = 0$ ，求  $\tan A + \sec A$  之值。

6. 設  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，且  $\cos\theta = \frac{1}{3}$ ，求  $\tan\theta + \cot\theta$  之值。

7. 試畫出  $y = 2\sin x$  的圖形，並求其週期與極值。

8. 設  $\cos 100^\circ = k$ ，試以  $k$  表示  $\tan(-260^\circ)$ 。(提示：利用銳角變換)

9. 如下圖，求梯形  $ABCD$  的面積。(提示：將此梯形分成一平行四邊形及一三角形，再由三角形面積求出此梯形之高)



10. 試寫出六個三角函數  $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x, \sec x, \csc x$  的值域及其週期：

函數	值域	週期
$\sin x$		
$\cos x$		
$\tan x$		
$\cot x$		
$\sec x$		
$\csc x$		

### 第三章

1. 若  $\mathbf{a}=(3,4)$ 、 $\mathbf{b}=(2,-5)$ 、 $\mathbf{c}=(-3,-2)$ ，試求：

(1)  $\mathbf{a}+\mathbf{b}-\mathbf{c}$ 。 (2)  $|\mathbf{a}+\mathbf{b}-\mathbf{c}|$ 。

2. 設  $\mathbf{a}$  與  $\mathbf{b}$  為平面上的兩個向量，若  $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|=2$

且  $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=2$ ，則  $\mathbf{a}$  與  $\mathbf{b}$  的夾角為何？

3. 設  $\mathbf{a}=(1,7)$ 、 $\mathbf{b}=(2,-1)$ ， $t$  為實數，則當  $t$  值為何時， $|\mathbf{a}+t\mathbf{b}|$  有最小值？此時最小值為何？

4. 試求下列各二階行列式的值：

(1)  $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$ 。 (2)  $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$ 。

5. 已知坐標平面上  $A(-1,3)$ 、 $B(4,3)$ 、 $O(0,0)$  三點，試求：

(1)  $\overrightarrow{OA}$  在  $\overrightarrow{OB}$  上的正射影。 (2)  $A$  點在直線  $BO$  上的投影點。

6. 若  $A(k,5)$ 、 $B(1,3)$ 、 $C(-2,1)$  三點共線，試求  $k$  之值。

7. 已知  $\triangle ABC$  三邊的中點為  $(2,1)$ 、 $(5,7)$ 、 $(-2,3)$ ，試求此三角形的三個頂點。

8. 設  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  為二向量， $\mathbf{a}\perp\mathbf{b}$ ， $|\mathbf{a}|=2$ 、 $|\mathbf{b}|=1$ ，若  $\mathbf{a}+(t^2+3)\mathbf{b}$  與  $-\mathbf{a}+t\mathbf{b}$  垂直，求實數  $t$  之值。  
(提示：兩向量垂直，則其內積為 0)

9. 設  $90^\circ\leq\theta\leq 180^\circ$  且  $\sin\theta=\frac{3}{5}$ ，若向量  $\mathbf{a}=(\sin 2\theta, \cos 2\theta)$ ，求  $|\mathbf{a}|$  之值。

10. 設  $O$ 、 $A$ 、 $B$  為不共線的三點，若

$\overrightarrow{OA}=(2,1)$ 、 $\overrightarrow{OB}=(-1,5)$ ，則試求  $\triangle OAB$  面積。

1. 因式分解： $(x-1)^2 - 6(x-1) + 8$

2. 設方程式  $x^2 + 2x + 5 = 0$  之兩根為  $\alpha, \beta$ ，求以  $\frac{1}{\alpha}$  及  $\frac{1}{\beta}$  為根之新方程式。

3. 因式分解下列各式：

(1)  $x^3 + 8$ 。 (2)  $8x^3 - 27$ 。

4. 設  $f(x) = x^2 + 3x - 2$ 、 $g(x) = ax^2 - bx + c$ ，若  $f(x) = g(x)$ ，試求  $a + b + c$  之值。

5. 試化簡下列各式：

(1)  $\sqrt{11 + 2\sqrt{28}}$ 。 (2)  $\sqrt{8 - \sqrt{60}}$ 。

6. 計算： $\frac{1}{3-2x} + \frac{1}{3+2x} - \frac{4x}{9-4x^2} = ?$

7. 設  $z = \frac{1 + \sin 30^\circ + i \cos 60^\circ}{1 + \sin 30^\circ - i \cos 60^\circ}$ ，求  $\bar{z}$  之值。

8. 若  $f(x) = 2 + 3x^2 - 4x + 5x^3$ ，試求：

(1)  $f(x)$  的升冪排列。 (2)  $f(x)$  的降冪排列。

(3)  $f(x)$  的次數。

(4)  $f(x)$  的領導係數。 (5)  $f(x)$  的常數項。

9. 若  $\frac{1}{x} + x = 3$ ，則  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  之值為何？

10. 若  $\alpha = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$ 、 $\beta = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$ ，試求  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  之值。

## 第二章

1. 若一圓的圓心為 $(-2,1)$ ，且此圓通過點 $(1,0)$ ，求此圓方程式。
2. 直線 $y=mx+b$ 與圓 $x^2+y^2-2x+4y-1=0$ 相交於 $A, B$ 兩點。若弦 $\overline{AB}$ 的中點為 $(-2,-1)$ ，求 $m, b$ 。
3. (1) 試求過點 $P(2,1)$ 且與圓 $C: x^2+y^2=5$ 相切的直線方程式。  
(2) 試求過點 $Q(1,2)$ 且與圓 $C: x^2+y^2+4x-6y+3=0$ 相切的直線方程式。
4. 若 $A(-1,4), L: 2x+y-5=0$ ，求：  
(1) 過 $A$ 且平行 $L$ 之直線方程式。 (2) 過 $A$ 且垂直 $L$ 之直線方程式。
5. 設 $A(2,-1), B(-4,5)$ ，求以 $\overline{AB}$ 為直徑的圓方程式。
6. 試求與直線 $3x-4y+8=0$ 平行且距離為3的直線方程式。
7. 證明 $A(1,2), B(0,-4), C(2,8)$ 在同一直線上。
8. 一直線斜率為1， $y$ 截距為3，求其方程式。
9. 設 $A(2,3), B(1,2)$ ，試求直線 $AB$ 的斜率和斜角。
10. 試求兩直線 $3x-4y+1=0$ 與 $4x-3y+2=0$ 之交角平分線方程式。

### 第三章、第四章

1. 若  $a, b, c$  與  $a+1, b+7, c+49$  分別為等比數列，

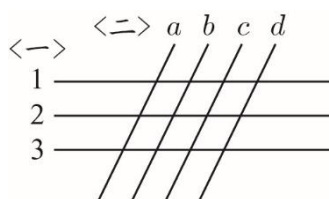
求  $a : b : c$ 。

2. 鼠牛虎兔... 等 12 生肖，(1) 任選 3 種排成一列，方法有幾種？(2) 承(1)，若虎兔不同時被選上，方法有幾種？

3. 請寫出下列各數列的前五項及第 10 項。

(1)  $\langle \frac{n}{n+1} \rangle$ 。 (2)  $\langle 4n+1 \rangle$ 。 (3)  $\langle (-1)^n \rangle$ 。

4. 如圖，有兩組平行線，第一組有 3 條平行線，第二組有 4 條平行線，求可形成多少個平行四邊形？



5. 有 5 元鈔 2 張，10 元鈔 3 張，50 元鈔 2 張，100 元鈔 1 張，每次至少取一張鈔票，試求共有多少取法？

6. 試求下列各式之值：

(1)  $1+2+3+\dots+29$ 。

(2)  $1^2+2^2+3^2+\dots+14^2+15^2$ 。

7. 由「2、4、6、8、10、12、14」任選 3 數，其中可形成幾組等差數列？

8. 已知  $\sum_{k=1}^4 a_k = 7$ 、 $\sum_{k=5}^8 a_k = 12$ 、 $\sum_{k=1}^8 b_k = -3$ ，試求

$$\sum_{k=1}^8 (a_k - 2b_k + 5)。$$

9. 證明：若  $2 < r < n-1$ ，則

$$P_r^n = P_r^{n-2} + 2r \cdot P_{r-1}^{n-2} + r(r-1) \cdot P_{r-2}^{n-2}$$

10. 計算下列各式之值：

(1)  $4!$  (2)  $\frac{8!}{3!5!}$