

第一章 坐標系與函數圖形

1. 解下列不等式：

(1)  $x^2 - 2x + 1 > 0$

(2)  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

(3)  $x^2 - 2x + 1 < 0$

(4)  $x^2 - 2x + 1 \leq 0$

2. 設  $A(-1, 5)$ 、 $B(4, -2)$ 、 $C(x, y)$  為平面上共線之三點，且  $C$  點介於  $A$ 、 $B$  兩點之間，若  $3AB = 4BC$ ，求  $C$  點之坐標。

3. 已知  $88C$  蛋糕店製作一個水果蛋糕成本為  $y$  元，每天製作的水果蛋糕數目為  $x$  個，已知  $x$  與  $y$  的關係式為二次函數  $y = 2x^2 - 80x + 1000$ 。請問每天應做幾個蛋糕使製作成本最低，每個最低成本為多少元？

4. 不等式  $x^2 - 4x + 5 < 0$  之解為何？

5. 若函數  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 5x + 3, & x > 3 \\ \sqrt{x^2 + 5}, & -1 < x \leq 3 \\ |x - 12|, & x \leq -1 \end{cases}$ ，求  $f(-3) + f(6) + f(2)$  之值。

6. 坐標平面上， $y = f(x) = -x^2 + 2x + k$  對任意實數  $x$ ， $f(x)$  恆為負數，試求  $k$  之範圍。

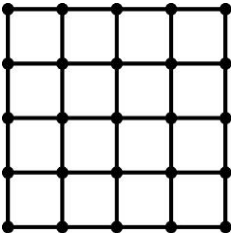
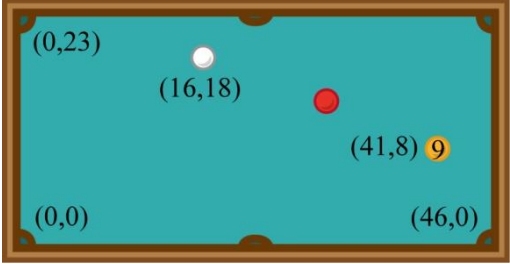
7. 設  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ ，且  $-3 \leq x \leq 4$ ，試求  $f(x)$  的最大值與最小值。

8. 旅行社舉辦「花東漫遊—賞鯨」的活動，預定 20 人出團，每人收費 3000 元，超過 20 人以後，每增加 1 人，每人收費可減少 100 元。試問增加多少人時，旅行社可收到最多的錢？且最多可收到多少錢？

9. 設不等式  $5x - 2 > kx + 4$  的解為  $x > 2$ ，試求  $k$  之值。

10. 對於任意實數  $x$ ， $f(x) = 2x^2 - 4x + k$  的值恆為正數，試求  $k$  的範圍。

## 第二章直線方程式

- 試求過點  $A(2,1)$  與  $B(0,3)$  之直線方程式。
- 試作二元一次方程式  $4x-5y+20=0$  的圖形。
- 若  $A(5,4)$ 、 $B(7,6)$ 、 $C(9,k)$  三點共線，求  $k$  之值。
- 已知  $\triangle ABC$  三頂點坐標分別為  $A(-1,1)$ 、 $B(4,-2)$ 、 $C(-2,-4)$ ，試求  $\overline{BC}$  邊上之中線方程式。
- 平面上三直線， $L_1: x+3y-1=0$ ， $L_2: x-y+3=0$ ， $L_3: 2x+ky+1=0$ ，若  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  不能圍成一個三角形，則  $k$  之值為何？
- 設直線  $L$  垂直於  $4x-3y+5=0$ ，且與兩坐標軸在第一象限圍成一個三角形，此三角形的周長為 7，則  $L$  的方程式為何？
- 如圖，有一  $4 \times 4$  的方格，每格均是正方形，在不考慮斜率不存在之條件下，任意連其中二點，則有多少種不同之斜率？  

- 若直線  $L$  在兩坐標軸上的截距和為 5，且  $L$  之斜率為  $\frac{2}{3}$ ，試求  $L$  之直線方程式。(提示：利用斜截式)
- 設  $A(4,2)$ 、 $B(7,-3)$ 、 $C(2,-2)$ ，若直線  $BD$  平分  $\triangle ABC$  的面積，則直線  $BD$  之方程式為何？
- 在坐標平面上，三直線  $x-y=0$ 、 $x-2y=10$ 、 $x=0$  所圍成之三角形面積為何？
- 國際標準撞球桌內徑長 254 公分、寬 127 公分 ( $\pm 1.3$  公分)，撞球的直徑 5.25 公分。假設撞球桌為一直角坐標系，撞球視為一點，白球在  $(16, 18)$ ，紅球擋在白球與 9 號球  $(41, 8)$  之間，白球需撞擊球檯邊反射去擊中 9 號球。試問：白球需擊中球檯邊坐標  $(a, 23)$  的位置，才可利用入射角等於反射角的鏡射原理擊中 9 號球，則  $(a, 23) = ?$   

- 若一直線通過點  $(1, -2)$ ，且與兩坐標軸所圍成的三角形面積為  $\frac{1}{2}$  平方單位，則此直線方程式為何？

第三章 式的運算

1. 設  $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ ，以  $x-1$  除  $f(x)$  得餘式為 5，以  $x-2$  除  $f(x)$  得餘式為 16，試求  $a$ 、 $b$  的值。
2. 設  $x^2 - x + 1$  除  $3x^3 - 4x^2 + ax - b$  之餘式為  $-3x + 5$ ，則  $a + b = ?$
3. 試求  $(4x^2 - 2x - 1)^3 \div (2x + 1)$  的餘式。
4. 因式分解  $36x^4 - 73x^2 + 16$ 。
5. 解方程式  $\frac{x}{x+2} + \frac{4}{x-2} = \frac{11}{x^2 - 4}$ 。
6. 因式分解  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 9$ 。
7. 若  $f(x) = 100x^5 - 318x^4 - 228x^3 - 311x^2 - 256x + 88$ ，試求
  - (1)  $f(x)$  被  $x-4$  除之餘式
  - (2)  $f(x)$  除以  $x-1$  之餘式
  - (3)  $f(4)$
8. 試求  $5 \times 5^4 - 71 \times 5^3 + 42 \times 5^2 - 10 \times 5 + 1$ 。
9. 若  $0 < x < 1$ ，且  $x + \frac{1}{x} = 3$ ，試求下列各式之值：
  - (1)  $x - \frac{1}{x}$
  - (2)  $x^3 - \frac{1}{x^3}$
10. 因式分解  $2ac + 2bd + a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 。
11. 已知一正方形面積為  $(6x^2 - 7x - 5)$  平方公分，且邊長可寫成  $x$  的一次式，試求此正方形的周長為多少公分？
12. 若  $x < 0$ ，且  $x - \frac{1}{x} = 2$ ，試求下列各式之值：
  - (1)  $x + \frac{1}{x}$
  - (2)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$
13. 試求  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$  的整係數一次因式。

第二冊

第一章 三角函數

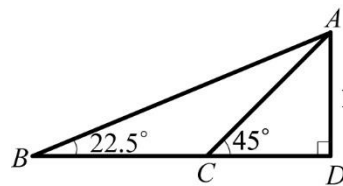
1. 已知  $\triangle ABC$  中， $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 6 : 7$ ，試求：
  - (1)  $a : b : c$
  - (2)  $\cos A$  之值
  
2. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 120^\circ$ ， $a = 5$  時，試求三角形外接圓面積為多少？
  
3. 求下列函數之週期：
  - (1)  $y = 2\cos\left(\frac{3}{4}x - \frac{\pi}{4}\right) + 9$
  - (2)  $y = 2\sin\left(-2x + \frac{\pi}{4}\right)$
  
4. 下列選項何者有解？ (A)  $\sin x = \frac{7}{5}$  (B)  $\cos x = -\frac{3}{2}$  (C)  $\tan x = -100$ 。
  
5. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $b = 6$ 、 $c = 4$  且  $\angle A = 60^\circ$ ，試求  $\triangle ABC$  的面積。
  
6. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 10$ ，

$\angle A = 120^\circ$ ， $\angle A$  之內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，試求  $\overline{AD}$  之長度。

7. 已知  $\theta$  為實數，且  $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ ，試求下列各式之值：
  - (1)  $\sin\theta\cos\theta$
  - (2)  $\sin^3\theta - \cos^3\theta$ 。
  
8. 已知  $\theta$  為第二象限角且  $\sin\theta = k$ ，試以  $k$  表示  $\cos\theta$  與  $\tan\theta$ 。

9. 試求  $\tan\frac{\pi}{8} + \tan\frac{3\pi}{8} + \tan\frac{5\pi}{8} + \tan\frac{7\pi}{8}$  之值。

10. 如圖所示， $\overline{AD} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = 1$ ，又  $\angle ACD = 45^\circ$ ， $\angle ABD = 22.5^\circ$ ，試求  $\tan 22.5^\circ$  之值。



11. 設  $x$  為任意實數，試求函數  $f(x) = \sin^2 x + \sin x + 2$  的最大值與最小值。
  
12. 若  $\cos(-100^\circ) = k$ ，試求  $\sin 1360^\circ$  之值。

第二章 向量

1. 設  $A(2,5)$ 、 $B(3,-4)$ 、 $C(1,5)$ 、 $D(x,y)$ ，則：

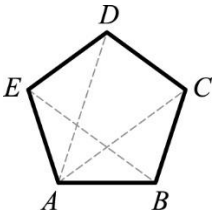
(1) 若  $3\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{BC}$ ，試求  $x$  與  $y$  值。

(2) 若  $2\vec{AB} = \vec{CD}$ ，試求  $x$  與  $y$  值。

2. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  為實數，設  $\underline{a} = (3,3)$ 、 $\underline{b} = (1,-$

1)、 $\underline{c} = (3,9)$ ，若  $\underline{c} = \alpha\underline{a} + \beta\underline{b}$ ，試求  $\alpha + \beta$  之值。

3. 如圖，正五邊形  $ABCDE$  中，試求：



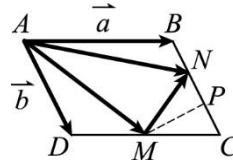
(1)  $\vec{AC} - \vec{AD}$

(2)  $\vec{EA} - \vec{EB} + \vec{AC}$

4. 已知  $\underline{a} = (4,-2)$ 、 $\underline{b} = (9,3)$ ，試求  $\underline{a}$  與  $\underline{b}$  的夾角  $\theta$ 。(以弧度表示)

5. 設  $\underline{a} = (2,1)$ 、 $\underline{b} = (3,4)$ ，欲使  $|t\underline{a} + \underline{b}|$  為最小，試求  $t$  值為何？

6. 如圖，平行四邊形  $ABCD$  中， $\vec{DM} = \vec{MC}$ ， $\vec{BN} = \vec{NP} = \vec{PC}$ ，又  $\vec{AB} = \underline{a}$ 、 $\vec{AD} = \underline{b}$ ，試以  $\underline{a}$ 、 $\underline{b}$  表示下列各向量：



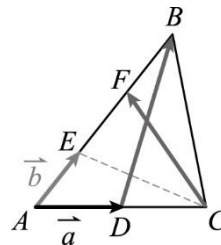
(1)  $\vec{AM}$

(2)  $\vec{AN}$

(3)  $\vec{MN}$

7. 在  $\triangle ABC$  中， $E$  點在  $\overline{AC}$  上且  $\overline{AE}:\overline{EC} = 4:3$ ， $F$  點在  $\overline{AB}$  上且  $\overline{AF}:\overline{FB} = 1:2$ ， $\overline{BE}$  與  $\overline{CF}$  交於  $P$  點，若  $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，試求  $(x,y)$ 。

8. 如圖， $\triangle ABC$  中， $D$  為  $\overline{AC}$  的中點， $E$ 、 $F$  為  $\overline{AB}$  的三等分點，令  $\vec{AD} = \underline{a}$ 、 $\vec{AE} = \underline{b}$ ，試以  $\underline{a}$ 、 $\underline{b}$  表示：



(1)  $\vec{DB}$

(2)  $\vec{CF}$

### 第三章 圓與直線

- 試求直線  $3x-4y+3=0$  與圓  $x^2+y^2-4x+8y+4=0$  之
  - 最短距離  $m$
  - 最長距離  $M$
- 在坐標平面上，若圓  $x^2+6x+y^2-4y+k=0$  與  $x$  軸相切，試求  $k$  之值。
- 圓  $C: (x-3)^2+(y+2)^2=25$ ，試判斷下列各點在圓外、圓內或圓上？
  - $(-1,1)$
  - $(2,2)$
  - $(-2,0)$
- 設圓  $C: (x-1)^2+(y+2)^2=9$ ，直線  $L: x+y+5=0$ ，且圓  $C$  與直線  $L$  交於  $A、B$  兩點，試求弦  $\overline{AB}$  的長。
- 試求下列各圓的圓心與半徑：
  - $x^2+y^2-6x+6y+13=0$
  - $4x^2+4y^2+8x-12y-3=0$
- 某圓過  $(1,1)$  與  $(-2,-2)$  兩點，且圓心在  $y$  軸上，試求此圓方程式。
- 坐標平面上，圓  $C: (x-6)^2+(y+8)^2=4$  上有多少個點與原點  $O$  的距離是整數值？
- 設平面上三點  $A(0,3)、B(-1,1)、C(2,1)$ ，試求  $\triangle ABC$  的外接圓方程式。
- 試求與直線  $3x-4y+5=0$  互相垂直，且與圓  $C: x^2+y^2=9$  相切的直線方程式。
- 一圓  $C: (x-4)^2+(y+2)^2=25$ ，考慮此圓之任意二條互相垂直切線的交點，所有這種交點所形成圖形之方程式？
- 自點  $A(1,2)$  向圓  $x^2+y^2=2$  作二切線，切點為  $P、Q$ ，則  $\triangle APQ$  之外接圓方程式為何？
- 試求平行於  $3x+4y+5=0$  且與圓  $(x-1)^2+(y+1)^2=9$  相切的直線方程式。
- 求不等式  $(x^2+y^2-9)(x^2+y^2-15) \leq 0$  所圍區域面積與周長。

#### 第四章 數列與級數

1. 試求等比級數  $(-2) + \frac{4}{3} + \left(-\frac{8}{9}\right) + \frac{16}{27} + \dots$  至第 6 項的和。

2. 試求等差級數  $2+9+16+\dots$  到第 11 項的和。

3. 棒球投手桃太郎從 4 月 1 日開始自主訓練，每日投球數是按等差數列增加。

(1) 若 4 月 5 日投球數為 40 個，4 月 15 日投球數為 70 個，則他每天增加幾個投球數？

(2) 第 10 天他投了幾個球？

4. 已知等差數列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{51}$  共有 51 項，其和為 0 且  $a_{31} = 31$ ，試求

(1) 公差  $d$

(2)  $a_{51}$

(3)  $a_{13} + a_{39}$

5. 網球公開賽中，第一輪由 256 位選手競爭，共有 128 場比賽；勝出的 128 位選手在第二輪對壘，共有 64 場比賽。而在接續的每一輪比賽中，比賽選手人數和比賽場次分別形成一個等比數列，直到闖入決賽的 2 位選手，

進行最後 1 場比賽，產生冠軍。請問比賽到第幾輪才進入冠軍戰？

6. 有一等差數列  $\langle a_n \rangle$ ，若第  $p$  項為  $q$ ，第  $q$  項為  $p$ ，試求第  $p+q$  項之值。

7. 設一等比級數首項為 3，公比為  $\frac{1}{2}$ ，和為  $\frac{189}{32}$ ，試求其項數。

8. 假設某人向銀行辦理儲蓄存款，年利率為 10%，試問若每年年初均存入 10000 元，則第二年年末本利和為多少元？

(複利計息公式：若  $A$  為本利和， $P$  為本金， $r$  為利率， $n$  為期數，則  $A_n = P(1+r)^n$ )

9. 試求在 101 到 200 的自然數中，所有 3 的倍數有幾個？其總和為多少？

10. 一等差級數和為 480，首項為  $-3$ ，公差為 5，試求此級數的項數。

11. 試求  $8+88+888+\dots$  至第  $n$  項的和。

12. 若一等差數列第 5 項為  $-27$ ，第 12 項為  $-13$ ，試求此數列第幾項開始為正數？

