

例 1:(一元二次不等式)解一元二次不等式

(1) $x^2 - 2x - 15 > 0$ 。

解:($x + 3$)($x - 5$) = 0 的解為 $x = -3$ 、 5

($x + 3$)($x - 5$) < 0 的解為 $x = -3$ 、 5 之間

($x + 3$)($x - 5$) > 0 的解為 $x = -3$ 、 5 之外

本題可化為($x + 3$)($x - 5$) > 0

$\therefore x > 5$ 或 $x < -3$

(2) 解一元二次不等式 $2x^2 - x - 6 < 0$ 。

本題可化為($2x - 3$)($x + 2$) < 0

其解為 $x = -2$ 、 $\frac{3}{2}$ 之間 $\therefore -2 < x < \frac{3}{2}$

(3) 解一元二次不等式 $-x^2 + 4x - 3 < 0$ 。

先 $\times -1$ ，化為 $x^2 - 4x + 3 > 0$

再分解為($x - 1$)($x - 3$) > 0

解為 $x = 1$ 、 3 之外 $\therefore x > 3$ 或 $x < 1$

Ex1.(1) 解一元二次不等式 $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ 。

答: $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$

(2) 解一元二次不等式 $3x^2 - 4x + 1 \leq 0$ 。

答: $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$

(3) 解一元二次不等式 $-x^2 - 4x + 5 > 0$ 。

答: $-5 < x < 1$

Ex2.(1) 解一元二次不等式 $x^2 - 3x - 10 > 0$ 。

答: $x < -2$ 或 $x > 5$

(2) 解一元二次不等式 $2x^2 + x - 3 < 0$ 。

答: $-\frac{3}{2} < x < 1$

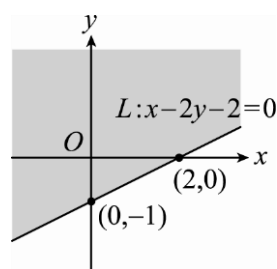
(3) 解一元二次不等式 $-x^2 + 2x + 3 < 0$ 。

答: $x < -1$ 或 $x > 3$

例 2:(1) 圖示不等式 $x - 2y - 2 \leq 0$ 的解。

解: 作直線 $L: x - 2y - 2 = 0$

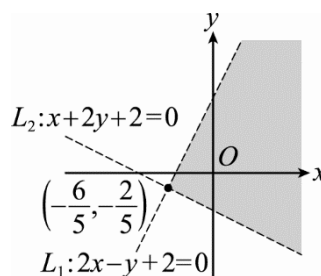
因為此不等式包含直線 L ，所以直線 L 以實線畫出 則不等式 $x - 2y - 2 \leq 0$ 的圖形為直線 L 及直線 L 的左側半平面 如圖所示:



(2) 圖示聯立不等式 $\begin{cases} 2x - y + 2 > 0 \\ x + 2y + 2 > 0 \end{cases}$ 的解。

求出兩個圖解之共同部分 即為聯立不等式

$\begin{cases} 2x - y + 2 > 0 \\ x + 2y + 2 > 0 \end{cases}$ 的圖解，如圖所示



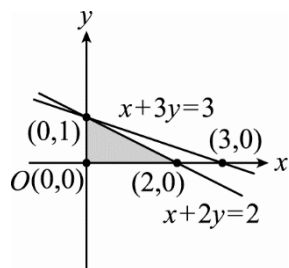
Ex1. 圖示二元一次不等式 $3x - y - 6 \leq 0$ 的解。

Ex2. 圖示聯立不等式 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ 2x + y - 1 > 0 \end{cases}$ 的解。

例2:在滿足聯立不等式 $\begin{cases} x+2y \leq 2 \\ x+3y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的條件下,求

$f(x,y) = x - y$ 的最大值。

解:求出斜線區域的頂點座標(有三個),用這三個點帶入 $f(x,y) = x - y$ 來求最大或最小值



當 $f(0,0) = 0$, $f(2,0) = 2$, $f(0,1) = -1$

故當 $x = 2$, $y = 0$ 時,目標函數 $f(x,y) = x - y$ 有最大值 2

Ex1.在滿足聯立不等式 $\begin{cases} x - y \leq 1 \\ x + 2y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的條件下,求

$f(x,y) = 2x + y$ 的最大值。 答:5

Ex2.在滿足聯立不等式 $\begin{cases} 2x - 3y \leq 0 \\ x + y \geq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 的條件下,求

$f(x,y) = 3x + 2y$ 的最小值。 答:10

例3:(指數律)

(1) $2^3 \times 2^4 = \underline{\hspace{2cm}}$, $2^3 \div 2^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(2 \times 3)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(\frac{2}{3})^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $(2^3)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $2^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$, $2^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $3^{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $2^{\frac{4}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $2^a > 2^b \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$(\frac{1}{2})^a > (\frac{1}{2})^b \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 。

例4:(對數律) $\log_a b$ 有意義 $\Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

(1) $2^3 = 8 \Leftrightarrow \log_2 8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $2^{\log_2 3} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\log_2 2^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\log_{10} 2 + \log_{10} 3 = \underline{\hspace{2cm}}$,

$\log_{10} 2 - \log_{10} 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\log_{2^a} 3^b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5)(換底公式) $\log_2 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $\log_2 a > \log_2 b \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$,

$\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ 。

例5:(對數律應用)設 $a = \log 2$, $b = \log 3$, 以 a 、 b 表示 (1) $\log 12$ (2) $\log 30$ 。

解:(1) $\log 12 = \log(2^2 \times 3) = 2\log 2 + \log 3 = 2a + b$

(2) $\log 30 = \log(10 \times 3) = \log 10 + \log 3 = 1 + b$

Ex1.設 $a = \log 2$, $b = \log 3$, 以 a 、 b 表示

(1) $\log 6$ (2) $\log 5$ 。 答:(1) $a + b$; (2) $1 - a$

Ex2.設 $a = \log 2$, $b = \log 3$, 以 a 、 b 表示(1) $\log \frac{9}{2}$

(2) $\log 25$ 。 答:(1) $2b - a$;(2) $2 - 2a$

例 6:(對數律應用)已知 $\log 2 = 0.3010$ ，求 2^{50} 是幾位數？

解:因為 $\log 2^{50} = 50\log 2 = 50 \times 0.3010 = 15.05$

得 $\log 2^{50}$ 的首數為 15，所以 2^{50} 是 16 位數

Ex1.已知 $\log 2 = 0.3010$ ，求 2^{30} 是幾位數？答:10

Ex2.已知 $\log 3 = 0.4771$ ，求 3^{20} 是幾位數？答:10