商二寒假作業　第三冊

第一章 排列組合

1.(**加法原理**) 完成一件事情**僅需一個步驟**，其完成的方法數=各類別的方法數相加

2.(**乘法原理**) 完成一件事情**需一個步驟以上**，其完成的方法數=各步驟的方法數相乘

3.(**直線排列**) P_5^5:5 件不同物中，選全部 5 件排成一列的方法數$=5\times4\times3\times2\times1=5!$

P_3^5:5 件不同物中，選其中 3 件排成一列的方法數$=5\times4\times3$

4.(**環狀排列**) (1) 5 人圍成一圈的方法數=(5 人排成一列的方法數)÷(人數 5)

(2) 5 人之中選出 3 人圍成一圈的方法數=(5 人之中選出 3 人排成一列的方法數)÷(人數 **3**)

5.(**相同物排列**)　aabbbc 這 6 個字母的直線排列數為$(6!)\div(\mathbf{2}!\times\mathbf{3}!)$

6.(**重複排列**) 由乘法原理來想(用會消耗性的去選不會消耗性的)

7.(**組合**) (1)C_3^5:5 件不同物中，選出 3 件的方法數$\left(這 3 件不用排順序\right)=P_3^5\div3!$

$=(\mathbf{5}\times\mathbf{4}\times\mathbf{3})\div(\mathbf{3}\times\mathbf{2}\times\mathbf{1})$

(2) $C_3^5=C_2^5$，$C_{97}^{100}=C_3^{100}$，⋯

8.(**重複組合**) $H_5^3=C_5^{3+5-1}$

$\boldsymbol{H_5^3}$:3 個人分 5 件相同物的方法數(任意分)

:從 3 類中選 5 件的方法數

:$\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c}=5$有幾組非負整數解

9.(**二項式定理**)

$(A+B)^{10}=C_0^{10}A^{10}+C_1^{10}A^9B^1+\cdots$

$C_0^{10}+C_1^{10}+C_2^{10}+\cdots+C_{10}^{10}=2^{10}$

$C_0^{10}+C_2^{10}+\cdots+C_{10}^{10}=C_1^{10}+C_3^{10}+\cdots+C_9^{10}$

$(A+B)^{10}$展開後的某一項可設為$C_r^{10}A^{10-r}B^r$

練習題

Ex1.某飲料店供應 3 種果汁、4 種咖啡、3 種茶，曉華任意點購**一種飲料**，方法有多少種？

答:10 種

Ex2.一飾品店中有 5 種不同款式的皮包，6 種不同花色的圍巾，今要在此飾品店中任意選購**一個皮包及一條圍巾**，共有多少種選購方法?

答:30 種

Ex3.某汽車工廠有 4 種車身式樣，3 種不同的引擎，5 種色彩設計，問此工廠可裝配出多少種不同型的汽車？　答:60 種

Ex4.用 5 種不同顏色的色筆去塗下圖 A、B、C、D 四個區域，規定顏色**可重複**使用，但相鄰區域顏色不得相同，問塗法共有多少種？

A	B	C	D

答:320 種

Ex5.甲、乙、丙、⋯等七人排成一列，規定甲、乙、丙必須排前三位，問排法有多少種？

答:144 種

Ex6.甲、乙、丙、⋯等七人排成一列，求下列各排列數：　答:(1)5040;(2)720 種;(3)1440 種

(1)任意排法

(2)規定甲、乙、丙三人必須相鄰

(3)規定甲、乙、丙任二人均不得相鄰

Ex7.將 a、b、b、c、c、c 六個字母排成一列，問有多少種不同的排法？ 答:60 種

Ex8.將三封不同的信任意投入四個相異的郵筒，有多少種不同的投法？ 答:64 種

Ex9.四對情侶手拉手圍成一個圓圈，有多少種不同的排法？ 答:5040 種

Ex10. 方程式$x+y+z=10$ ，

(1) 有多少組非負整數解？ 答:66 組

(1) 正整數解有幾組？ 答:36 組

Ex11. 5 個相同的玩具，任意分給 3 位兒童，問可能的分法有幾種？ 答:21 種

Ex12.求$(3x^2-\frac{1}{x})^8$展開後 x^4 項的係數。答:5670

第二章　機率

1.(排容原理)

設 集合 A:國文及格的人　B:數學及格的人

$n(A)$ =國文及格人數　$n(B)$ =數學及格人數

$n(A\cup B)$ =國文或數學及格人數

$n(A\cap B)$ =國文及數學及格人數

則 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

2.(古典機率)

例: 投擲一粒骰子，求出現偶數點的機率。

樣本空間 S:一件事情的所有情況之集合

則 S={點數 1、2、3、4、5、6} $n(S)=6$

令集合 A=出現偶數點的事件

則 A={點數 2、4、6}　$n(A)=3$

出現偶數點的機率 P(A)=$\boldsymbol{n(A)}/\boldsymbol{n(S)}$ =3/6

3.(條件機率)

在 A 條件下出現 B 之機率$P(B|A)$

$=n(A\cap B)/n(A)=P(A\cap B)/P(A)$

4.(條件機率的乘法原理)

$P(A\cap B)=P(A)\times P(B|A)$

5.(互斥事件、獨立事件)

(1) 若$A\cap B=\emptyset$ ，稱 A、B 為互斥事件

(2) 若$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ ，稱 A、B 為獨立事件，此時$P(B|X)=P(B)$ (與 X 無關)

練習題:

Ex1.擲兩顆公正的骰子一次，求：

(1)出現點數和為 8 的機率

(2)出現點數和小於 5 的機率

(3)出現兩顆骰子點數相同的機率

答:(1)$\frac{5}{36}$;(2)$\frac{1}{6}$;(3)$\frac{1}{6}$

Ex2.自裝有 3 紅球、4 白球、5 黑球的袋中，一次取出三球，求：(1)所取三球均不同色的機率 (2)所取三球均同色的機率

答:(1) $\frac{3}{11}$;(2) $\frac{3}{44}$

Ex3.同時擲兩顆公正骰子一次，若出現相同點數可獲得 1200 元，求其期望值。 答:200 元

Ex4.設袋中有 10 元硬幣 3 枚、5 元硬幣 2 枚，每枚硬幣被取到的機會相等，今自袋中任取 2 枚，求其幣值和的期望值。 答:16 元

Ex5.發行每張 100 元的公益彩券 20000 張，其中特獎 1 張獎金 50 萬元，頭獎 2 張獎金各 20 萬元，貳獎 30 張獎金各 1 萬元，求買彩券一張可得**獎金**的期望值。 答:60 元

第三章 統計

1.(**抽樣方法**) 簡單隨機抽樣、系統抽樣(等差)、分層隨機抽樣(按比例抽取)、部落抽樣(各小群體差異小)

2.(**圖表**) 次數分配表、直方圖、曲線圖、以下(上)累積次數分配表 <請參閱課本 P131~137>

3.(**集中量數**) 眾數、中位數、算術平均數 <請參閱課本 P145~147>

4.(**差異量數**) 全距、四分位距、母體標準差、樣本標準差 <請參閱課本 P156~160>

5. (**百分等級 PR**) 求考 80 分的 PR
將成績低於 80 的人數÷總人數=N%，則百分等級 PR= N(取整數部分)

6.(**調整後的集中量數、差異量數**)
(1) 集中量數隨著任何調整而改變
(2) 差異量數**僅**隨著倍數的調整而改變

7.(**常態分配、信賴區間**)
<請參閱課本 P165~169>

練習題

Ex1.某生第一次段考成績如下表所示，以每週上課時數為權數求其平均成績。 答:81 分

科目	每週上課時數	成績
國文	4	88
英文	3	76
數學	3	62
會計	6	85
經濟	4	86

Ex2.求下列各群數值的中位數：
(1)12、31、28、45、33、39、247、42、28
(2)63、44、3、64、126、52、47、56、60、45 答:(1) 33；(2) 54

Ex3.<u>融哲</u>參加一項有 2000 人參加的電子遊戲競賽，排名為第 78 名，問<u>融哲</u>參加競賽成績的 PR 值。 答:96

Ex4.某生 8 次數學小考成績如下： 答: 5

82、93、80、86、77、90、81、83

求該生數學小考成績的**母群體標準差**。

Ex5.一組樣本資料數值如下：

10、8、15、7、9、8、11、12、5、11、14

求**樣本變異數**與**樣本標準差**。 答: 9，3

答:算術平均數為 72 分，而樣本標準差為 2 分

Ex6.某大學有學生 8000 人，其身高的分布接近常態分配，已知身高的算術平均數為 165 公分，標準差為 5 公分，依 68 – 95 – 99.7 規則，求該校學生 答:(1)6720 人；(2)7800 人

(1)身高 160 公分以上的大約有多少人？

(2)身高不足 175 公分的大約有多少人？