

數學 (A)

一、試題分析

109 年數學(A)試題分布尚算平均，唯不等式太多 (3題)、機率太少 (1題)，但指數與對數及其應用單元，2題都是對數題型且難度偏高，對數 A 的同學來說不易得分。整份試卷有七成以上的題型在各出版社的課本或總複習講義中曾經出現過，所以對認真且付出時間的同學來說是會有回報的一份試卷！預估平均分數將會較前一年提高 4~6 分左右。

①基本公式題：

- 第 9 題：了解百分等級的意義即可。
- 第 12 題：直線的斜率公式。
- 第 15 題：向量的內積公式使用。
- 第 19 題：分點公式與距離公式的應用題。
- 第 24 題：只要能理解題目搭配餘弦定理即可解題。

②基本概念題：

- 第 1 題：等比數列的定義。
- 第 2 題：基本的機率題型。
- 第 3 題：綜合除法的常見題型。
- 第 5 題：組合的基本題型。
- 第 6 題：整係數一次因式檢驗法的基礎題型。
- 第 7 題：利用生活常識即可求解。
- 第 10 題：等差數列的基本概念。
- 第 11 題：資料的線性變換基礎題。
- 第 16 題：點到直線的距離公式應用題。
- 第 17 題：利用圓的直徑兩端點求出圓心、半徑再代入圓的標準式即可。
- 第 18 題：基本的特別角三角函數求值。
- 第 20 題：百分比 = $\frac{\text{抽中總次數}}{\text{全部次數}} \times 100\%$ 。

③ 稍微有點變化題：

第 4 題：利用除法原理即可解題。

第 8 題：不等式及方程式兩單元的結合題型。

第 14 題：簡單的三角函數求值搭配正弦定理即可解題。

④ 需思考與計算較難的題目：

第 13 題：利用 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ 解題的對數方程式題型。

第 21 題：(本份試卷最難題) 對數方程式的應用題型。

第 22 題：線性規劃的經典題型。

第 23 題：經典的三角函數求極值題型。

第 25 題：絕對值不等式的變化題。

二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	3	圓與直線	1
三角函數及其應用	4	數列與級數	2
向量	1	排列組合	2
式的運算	3	機率	1
指數與對數及其應用	2	統計	3
不等式及其應用	3		



109 學年度四技二專統一入學測驗

數學(A)

數學 A 參考公式

1. 若 α 、 β 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
2. 點 $P(x_0, y_0)$ 到直線 $L: ax + by + c = 0$ 的距離為 $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
3. 餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
4. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑

單選題 (每題 4 分，共 100 分)

- () 1. 若在 1 和 2 之間插入二個數，使其成等比數列，則這二個數的乘積為何？
(A)1 (B)2 (C)4 (D)8。
- () 2. 由 5 位三年級、4 位二年級、3 位一年級的學生組成一糾察隊。今欲從此隊的學生中任選一位當隊長，若每位學生被選到的機會均等，則隊長為二年級學生的機率為何？
(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。
- () 3. 設 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 4x - 6 = a + b(x-2) + c(x-2)^2 + d(x-2)^3$ ，
則 $a - b - c - d = ?$
(A)-28 (B)-26 (C)-22 (D)-18。
- () 4. 設 $f(x)$ 為一多項式。若 $f(x)$ 除以 $x - \frac{1}{3}$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 r ，則 $f(x)$ 除以 $6x - 2$ 的商式與餘式分別為何？
(A) 商式為 $q(x)$ ，餘式為 r (B) 商式為 $\frac{q(x)}{6}$ ，餘式為 r
(C) 商式為 $\frac{q(x)}{6}$ ，餘式為 $6r$ (D) 商式為 $6q(x)$ ，餘式為 $6r$ 。

- () 5. 某班有30位學生，其中20位男生、10位女生。今任選二位擔任班長和副班長，若規定其中一位是男生，另一位是女生，則共有幾種選法？
 (A) 200 (B) 400 (C) 435 (D) 870。
- () 6. 設 $f(x) = 2x^3 + x^2 - 7x - 6$ ，則下列何者不為 $f(x)$ 的因式？
 (A) $x+1$ (B) $x-2$ (C) $2x+3$ (D) $2x-1$ 。
- () 7. 某校舉辦新生盃網球個人賽，比賽採單淘汰制，也就是比賽一場輸的就淘汰，勝的晉級到下一輪比賽。若有32位新生參加比賽，則共要舉辦多少場比賽，才會產生冠軍？
 (A) 31 (B) 32 (C) $\frac{32 \times 31}{2}$ (D) 32×31 。
- () 8. 設不等式 $ax^2 + 2x + b > 0$ 的解為 $-1 < x < 2$ ，則下列何者是以 a, b 為兩根的方程式？
 (A) $x^2 + 2x - 8 = 0$ (B) $x^2 - 2x - 8 = 0$ (C) $x^2 + 3x - 15 = 0$
 (D) $x^2 - 6x + 8 = 0$ 。
- () 9. 某次模擬考有10000人參加，若小明的百分等級是95，則小明的排名會在下列哪個區間？
 (A) [401, 500] (B) [501, 600] (C) [9401, 9500] (D) [9501, 9600]。
- () 10. 表(一)是某年某月的月曆，若在其中框選任一個有九個數的大方格

a_1	a_2	a_3
a_4	a_5	a_6
a_7	a_8	a_9

(如表(一)中的粗黑框)，則下列何者不正確？

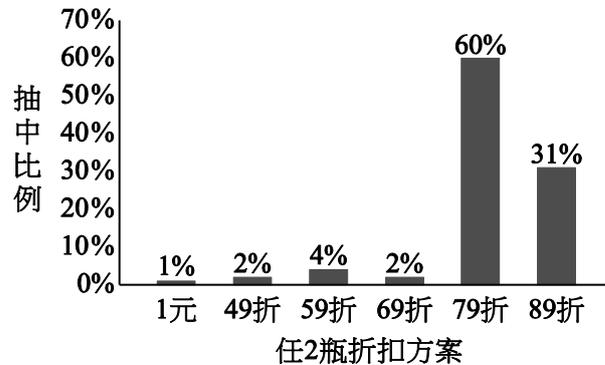
日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

表(一)

- (A) a_1, a_2, \dots, a_9 成等差數列 (B) a_4 是 a_1 和 a_7 的等差中項
 (C) $a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 9a_5$ (D) $a_1 + a_5 + a_9 = a_3 + a_5 + a_7$ 。
- () 11. 某班期中考的數學成績平均分數為48分，標準差為8分。今將每人的分數都乘以 a 再加2分，若調整後成績的標準差為10分，則調整後成績的平均分數為幾分？
 (A) 58 (B) 60 (C) 62 (D) 64。

- () 12. 設 m_1 為過 $A\left(\frac{7}{2}, -3\right)$ 、 $B\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ 兩點的直線斜率， m_2 為直線 $x - 3y = 4$ 的斜率， m_3 為直線 $y = 3$ 的斜率，則 m_1 、 m_2 、 m_3 的大小為何？
 (A) $m_1 > m_2 > m_3$ (B) $m_2 > m_3 > m_1$ (C) $m_3 > m_2 > m_1$ (D) $m_1 > m_3 > m_2$ 。
- () 13. 設 α 、 β 為方程式 $\log_{10}(x-5) - 2\log_{(x-5)} 10 = 1$ 的兩根，則 $2\alpha\beta = ?$
 (A) 1051 (B) 1061 (C) 1071 (D) 1081。
- () 14. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 8$ ，且 $\cos A = \frac{3}{5}$ ，則 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑為何？
 (A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 10。
- () 15. 設 \vec{a} 與 \vec{b} 兩向量的夾角為 60° ，且 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，
 則 $(3\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = ?$
 (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18。
- () 16. 設 $\triangle ABC$ 中， A 點的坐標為 $(-2, 7)$ ，且 B 、 C 兩點均在直線 $3x - 4y = 6$ 上。
 若 $\triangle ABC$ 的面積為 16，則 \overline{BC} 的長度為何？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8。
- () 17. 設 $A(5, 2)$ 與 $B(-1, -6)$ 為平面上兩點。若 \overline{AB} 為圓 C 的直徑，則圓 C 的方程式為何？
 (A) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 100$ (B) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$
 (C) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$ (D) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$ 。
- () 18. $\sin \frac{8\pi}{3} + \cos \left(\frac{-\pi}{6}\right) + \tan \frac{13\pi}{4} = ?$
 (A) $-1 - \sqrt{3}$ (B) $1 - \sqrt{3}$ (C) $-1 + \sqrt{3}$ (D) $1 + \sqrt{3}$ 。
- () 19. 將火車站與甲、乙、丙三家標示於坐標平面上，設火車站與甲、乙兩家的坐標分別為 $(0, 0)$ 、 $(-2, -5)$ 、 $(4, 7)$ ，且甲、乙、丙三家共線。若丙家介於甲、乙兩家之間，且丙家到甲家距離為丙家到乙家距離的兩倍，則丙家到火車站的距離為何？
 (A) $\sqrt{7}$ (B) $\sqrt{11}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{15}$ 。

- () 20. 某超商舉辦買飲料電腦抽獎活動，獎項分別有任 2 瓶 1 元、任 2 瓶 49 折、任 2 瓶 59 折、任 2 瓶 69 折、任 2 瓶 79 折、任 2 瓶 89 折。由於大家都不知道各獎項的中獎比例，因此某人號召參加抽獎的網友告知抽到的獎項。統計 100 次抽獎的結果如圖(一)。事後又再統計另外 50 次抽獎的次數分配表如表(二)，則此 150 次抽獎的統計結果，任 2 瓶 79 折的百分比為多少？



圖(一)

獎項 (任 2 瓶)	1 元	49 折	59 折	69 折	79 折	89 折
次數	1	1	2	1	36	9

表(二)

- (A) 36% (B) 48% (C) 60% (D) 64%。
- () 21. 設直線 $y = k$ 與兩指數函數 $y = 2^x + 3$ 、 $y = 2^x$ 的圖形分別交於 A 、 B 兩點。若 $\overline{AB} = 4$ ，則 $k = ?$
- (A) $\frac{14}{5}$ (B) 3 (C) $\frac{16}{5}$ (D) $\frac{17}{5}$ 。
- () 22. 設 (a, b) 為聯立不等式 $\begin{cases} 6x + y \leq 6 \\ 3x + 2y \leq 6 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$ 的解，則 $5a + 2b$ 的最大值為何？
- (A) $\frac{15}{3}$ (B) $\frac{18}{3}$ (C) $\frac{22}{3}$ (D) $\frac{34}{3}$ 。
- () 23. 設 x 為任意實數，則 $f(x) = -2\sin^2 x - \sin x + 2$ 的最大值為何？
- (A) 1 (B) $\frac{15}{8}$ (C) $\frac{17}{8}$ (D) 5。
- () 24. 設甲、乙兩人同時從點 O 朝不同方向行走，甲往東 27° 南直線走了 450 公尺到達 A 點，乙往南 57° 西直線走了 750 公尺到達 B 點，則 A 、 B 兩點的距離為多少公尺？
- (A) 1050 (B) 1350 (C) 1800 (D) 2100。
- () 25. 滿足不等式 $3 \leq |2x - 1| \leq 12$ 的整數解個數為何？
- (A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 10。

109 年統一入學測驗 數學(A)

答 案

1.B 2.D 3.A 4.B 5.B 6.D 7.A 8.B 9.A 10.A
11.C 12.B 13.C 14.B 15.A 16.C 17.D 18.D 19.C 20.D
21.C 22.C 23.C 24.A 25.D

本試題答案係依據統一入學測驗中心公布之標準答案

1. 技巧與分析

a, b, c 為等比數列，公比為 r ，

則此三數可寫成 a, ar, ar^2

解析

設此二數為 x, y

則 $1, x, y, 2$ 四數成等比數列

設公比為 r

得 $x=r, y=r^2, 2=r^3$

故 $x \times y = r \times r^2 = r^3 = 2$

2. 技巧與分析

機率 = $\frac{\text{事件元素個數}}{\text{樣本空間元素個數}}$

解析

$$P = \frac{C_1^4}{C_1^{12}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

3. 技巧與分析

綜合除法的應用

解析

令 $x-2=0, x=2$ ，則

$$\begin{array}{r|l} 3 & -7 & +4 & -6 & | & 2 \\ & +6 & -2 & +4 & & \\ \hline 3 & -1 & +2 & & | & -2 \rightarrow a \\ & +6 & +10 & & & \\ \hline 3 & +5 & & & | & 12 \rightarrow b \\ & +6 & & & & \\ \hline 3 & & & & | & 11 \rightarrow c \\ \downarrow & & & & & \\ d & & & & & \end{array}$$

得 $a-b-c-d = -2-12-11-3 = -28$

4. 技巧與分析

除法原理

解析

由題意知 $f(x) \div \left(x - \frac{1}{3}\right) = q(x) \dots r$

$$\Rightarrow f(x) = \left(x - \frac{1}{3}\right) \times q(x) + r$$

$$\Rightarrow f(x) = (6x-2) \times \frac{q(x)}{6} + r$$

得所求之商式為 $\frac{q(x)}{6}$ ，餘式為 r

5. 技巧與分析

組合公式：自 n 個相異物中任取 r 個的情形共有 C_r^n 種

解析

$$C_1^{20} \times C_1^{10} \times C_1^2 \times C_1^1 = 400$$

6. 技巧與分析

整係數一次因式檢驗法：

若 $ax+b$ 為 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots$

$+a_1 x + a_0$ 的一次因式

其中 a, b 為整數且互質

則 $a|a_n$ 且 $b|a_0$

解析

由整係數一次因式檢驗法知

$f(x)$ 可能的一次因式有：

$x \pm 1, x \pm 2, x \pm 3, x \pm 6, 2x \pm 1, 2x \pm 3$

任用其中一個因式去除 $f(x)$

若整除即可將 $f(x)$ 分解

$$\begin{array}{r|l} 2 & +1 & -7 & -6 & -1 \\ & -2 & +1 & +6 & \\ \hline 2 & -1 & -6 & & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{得 } f(x) &= (x+1)(2x^2-x-6) \\ &= (x+1)(x-2)(2x+3) \end{aligned}$$

故選(D)

[另解]

$\because f(x) = 2x^3 + x^2 - 7x - 6$ 的
奇次數項係數和 = 偶次數項係數和

$\therefore f(x)$ 必有 $x+1$ 的因式

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= (x+1)(2x^2-x-6) \\ &= (x+1)(x-2)(2x+3) \end{aligned}$$

7. 技巧與分析

樹狀圖的概念

解析

\because 32 位選手要比 16 場；晉級 16 位再比 8 場；再晉級 8 位再比 4 場，依此類推
故共有 $16+8+4+2+1=31$ 場比賽

[另解]

因為產生 1 位冠軍選手要淘汰其他 31 人
故必須有 31 場比賽

8. 技巧與分析

(1) 若 $a < b$

$$(x-a)(x-b) < 0 \Leftrightarrow a < x < b$$

(2) 方程式 $(x-a)(x-b)=0$ 的根為

$$x=a, x=b$$

解析

$\because -1 < x < 2$

$\therefore (x+1)(x-2) < 0$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$$

$\stackrel{\times(-2)}{\Rightarrow} -2x^2 + 2x + 4 > 0$ ，得 $a = -2$ ， $b = 4$

又以 $-2, 4$ 為根的方程式為 $(x+2)(x-4) = 0$

故所求為 $x^2 - 2x - 8 = 0$

9. 技巧與分析

(1) PR 值的概念

(2) PR 值最大為 99

解析

$$\because 99 - 95 = 4 \text{ 且 } \frac{10000}{100} = 100$$

\therefore 小明至少輸了 $4 \times 100 = 400$ 人

又其最差名次為 $5 \times 100 = 500$

故小明的排名在 $[401, 500]$

10. 技巧與分析

等差數列的概念

解析

$\because 9, 10, 11, 16, 17, 18, 23, 24, 25$

不為等差數列

故選(A)

11. 技巧與分析

n 筆資料 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均數為 \bar{x} ，

標準差為 S_x ，若 $y_i = ax_i + b$

則 $\bar{y} = a\bar{x} + b$ ， $S_y = |a| \times S_x$

解析

\because 標準差只與倍數有關

$$\therefore 10 = 8 \times a \Rightarrow a = \frac{5}{4}$$

故調整後成績的平均分數為 $48 \times \frac{5}{4} + 2 = 62$

12. 技巧與分析

(1) $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$

$$\text{則 } m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2)$$

(2) $L: ax + by + c = 0$ ， $m = -\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

(3) 水平線的斜率 $m = 0$

解析

$$m_1 = \frac{3 - (-3)}{\frac{1}{2} - \frac{7}{2}} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$m_2 = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}, m_3 = 0$$

$\therefore m_2 > m_3 > m_1$

13. 技巧與分析

利用 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ 的概念去解對數方程式

解析

$$\text{令 } \log_{10}(x-5) = t, \text{ 則 } \log_{(x-5)} 10 = \frac{1}{t}$$

$$\therefore \text{原式} \Rightarrow t - 2 \times \frac{1}{t} = 1$$

$$\Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t+1) = 0$$

$$\Rightarrow t = 2 \text{ 或 } t = -1$$

$$\text{即 } \log_{10}(x-5) = 2 \text{ 或 } \log_{10}(x-5) = -1$$

$$\Rightarrow x-5 = 10^2 = 100 \text{ 或 } x-5 = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow x = 105 \text{ 或 } x = \frac{51}{10}$$

$$\text{故 } 2\alpha\beta = 2 \times 105 \times \frac{51}{10} = 1071$$

14. 技巧與分析

$$\text{正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = 2R$$

解析

$$\because \cos A = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$$

$$\text{又 } \overline{BC} = a = 8$$

$$\text{由正弦定理知 } \frac{a}{\sin A} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{8}{\frac{4}{5}} = 2R \Rightarrow 10 = 2R \Rightarrow R = 5$$

15. 技巧與分析

$$(1) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos \theta$$

$$(2) \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

解析

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos 60^\circ = 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{則 } & \left(3\vec{a} - \vec{b} \right) \cdot \left(\vec{a} + 2\vec{b} \right) \\ &= 3|\vec{a}|^2 + 5\vec{a} \cdot \vec{b} - 2|\vec{b}|^2 \\ &= 3 \times 2^2 + 5 \times 3 - 2 \times 3^2 \\ &= 12 + 15 - 18 = 9 \end{aligned}$$

16. 技巧與分析

$$P(x_1, y_1) \text{ 與 } L: ax + by + c = 0$$

$$\text{的距離 } d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

解析

$\because A(-2, 7)$ 與直線 $3x - 4y = 6$ 的距離為

$\triangle ABC$ 在 \overline{BC} 邊上的高

$$\text{即高} = \frac{|-6 - 28 - 6|}{5} = 8$$

$$\text{故 } \triangle ABC \text{ 面積} = \frac{\overline{BC} \times 8}{2} = 16 \Rightarrow \overline{BC} = 4$$

17. 技巧與分析

圓的標準式：

以 $M(h, k)$ 為圓心， r 為半徑的圓方程式為

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

解析

$\because \overline{AB}$ 為圓 C 的直徑

\therefore 圓心 M 為 \overline{AB} 中點

$$\text{即 } M \left(\frac{5+(-1)}{2}, \frac{2+(-6)}{2} \right) = (2, -2)$$

$$\text{且半徑 } r = \overline{MA} = \sqrt{(2-5)^2 + (-2-2)^2} = 5$$

$$\text{得圓方程式為 } (x-2)^2 + (y+2)^2 = 5^2 = 25$$

18. 技巧與分析

特別角的三角函數值之計算

解析

$$\sin \frac{8}{3}\pi + \cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + \tan \frac{13}{4}\pi$$

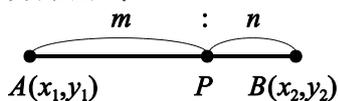
$$= \sin 480^\circ + \cos(-30^\circ) + \tan 585^\circ$$

$$= \sin 120^\circ + \cos(-30^\circ) + \tan 225^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 1 + \sqrt{3}$$

19. 技巧與分析

分點公式：



$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n$$

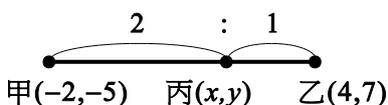
$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

解析

由題意知，甲、乙、丙三點共線

且 $\overline{甲丙} = 2 \times \overline{乙丙}$

圖示如下：



設丙家坐標為 (x, y)

由分點公式知

$$(x, y) = \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2+1}, \frac{2 \times 7 + 1 \times (-5)}{2+1}\right) = (2, 3)$$

得丙 $(2, 3)$ 與火車站 $(0, 0)$ 的距離為

$$\sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

20. 技巧與分析

$$\text{百分比} = \frac{\text{抽中總次數}}{\text{全部次數}} \times 100\%$$

解析

抽中任 2 瓶 79 折的總次數為

$$100 \times 60\% + 36 = 96 \text{ 次}$$

\therefore 百分比為

$$\frac{96}{100+50} \times 100\% = 0.64 \times 100\% = 64\%$$

21. 技巧與分析

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

$$(a > 0, a \neq 1, b > 0)$$

解析

$\therefore A, B$ 兩點為 $y = k$ 與 $y = 2^x + 3$ 與 $y = 2^x$ 的交點 ($k > 0$)

$$\therefore A : \begin{cases} y = k \\ y = 2^x + 3 \end{cases} \Rightarrow 2^x + 3 = k$$

$$\Rightarrow 2^x = k - 3 \Rightarrow x = \log_2(k - 3)$$

$$B : \begin{cases} y = k \\ y = 2^x \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2^x = k \Rightarrow x = \log_2 k$$

$$\therefore \overline{AB} = 4, \text{ 則 } \log_2 k - \log_2(k - 3) = 4$$

$$(\because \log_2 k > \log_2(k - 3))$$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{k}{k-3} = \log_2 16 \Rightarrow \frac{k}{k-3} = 16$$

$$\Rightarrow k = 16k - 48 \Rightarrow 15k = 48$$

$$\Rightarrow k = \frac{48}{15} = \frac{16}{5}$$

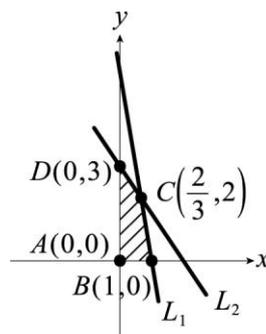
22. 技巧與分析

線性規劃：先畫出可行解區域，再將所有頂點坐標代入目標函數即可解題

解析

$$\text{令 } L_1 : 6x + y = 6, L_2 : 3x + 2y = 6$$

圖解如下：



可行解區域為斜線部分

其頂點為 $A(0,0)$ 、 $B(1,0)$ 、 $C\left(\frac{2}{3}, 2\right)$ 、 $D(0,3)$

將 A, B, C, D 代入 $f(x, y) = 5x + 2y$ 得

$$f(0,0) = 0, f(1,0) = 5, f\left(\frac{2}{3}, 2\right) = \frac{22}{3},$$

$$f(0,3) = 6$$

得最大值為 $\frac{22}{3}$

23. 技巧與分析

三角函數的極值

解析

$$f(x) = -2\sin^2 x - \sin x + 2$$

$$\text{令 } \sin x = t \quad (-1 \leq t \leq 1)$$

$$\text{則 } f(t) = -2t^2 - t + 2$$

$$= -2 \left[t^2 + \frac{1}{2}t + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right] - (-2) \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 2$$

$$= -2 \left(t + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{17}{8}$$

$$\text{則 } \begin{cases} f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{17}{8} \\ f(-1) = 1 \\ f(1) = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{得最大值為 } \frac{17}{8}$$

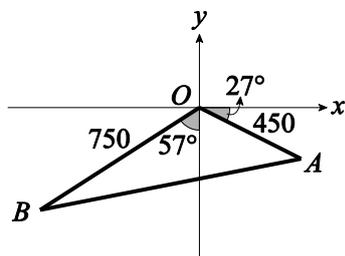
24. 技巧與分析

餘弦定理：

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos A$$

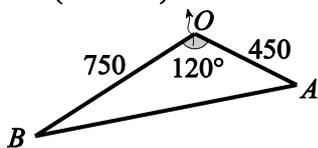
解析

圖形如下：



將 $\triangle OAB$ 重新表示

$$(90^\circ - 27^\circ) + 57^\circ = 120^\circ$$



由餘弦定理得

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= 450^2 + 750^2 - 2 \times 450 \times 750 \times \cos 120^\circ \\ &= 202500 + 562500 + 337500 \\ &= 1102500 \\ &= 1102500 \times 1 \\ &= 1102500 \times 1 \\ &= 1102500 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{1102500} = 1050 \text{ (公尺)}$$

25. 技巧與分析

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

解析

$$\because 3 \leq |2x-1| \leq 12$$

$$\Rightarrow 3 \leq 2x-1 \leq 12 \text{ 或 } 3 \leq -(2x-1) \leq 12$$

$$\Rightarrow 4 \leq 2x \leq 13 \text{ 或 } -12 \leq 2x-1 \leq -3$$

$$\Rightarrow 2 \leq x \leq \frac{13}{2} \text{ 或 } -11 \leq 2x \leq -2$$

$$\Rightarrow 2 \leq x \leq \frac{13}{2} \text{ 或 } -\frac{11}{2} \leq x \leq -1$$

得 $x = 2, 3, 4, 5, 6$ 或 $-5, -4, -3, -2, -1$

共 10 個整數解